

# Nøtter - Oppgåver uten løysingsforlag

*Her kjem det litt vanskelige nøtter*

*Løysingsforlag kjem ikkje*

**Oppgåve 1.** Funksjonen  $f(x) = x^n$  og  $n > 1$  er et naturleg tal. Bruk definisjonen av den deriverte og vis at  $f'(x) = nx^{n-1}$ . (Hint: Gang heile rekka med  $k$ , og trekk den frå seg selv.)

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

**Oppgåve 2.** Løys det bestemte integralet  $\int_0^{2\pi} e^x \cos x \, dx$ .

(Hint: Bruk delvis integrasjon.)

**Oppgåve 3.** Utled ABC-formelen. Om  $ax^2 + bx + c = 0$  er  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . Anta at  $a \neq 0$  og  $b^2 - 4ac \geq 0$ .

(Hint: Fullfør kvadratet.)

**Oppgåve 4.** Vis at summen av den geometriske rekken  $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} a_1 k^n = a_1 + a_1 k + a_1 k^2 + \dots + a_1 k^n$  blir  $S_n = \frac{a_1(k^{n+1} - 1)}{k - 1}$ .

**Oppgåve 5.** Vis at  $\sqrt{2}$  ikkje er eit rasjonalt tal.

(Hint1: Rasjonale tal kan skrivast som  $\frac{a}{b}$  :  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ .) (Hint2: Prøv å bevis at  $\sqrt{2}$  er eit rasjonalt tal.)

**Oppgåve 6.** Forklar naboen kvifor formelen for omdreingslegemet er  $\pi \int_a^b f^2(x) \, dx$

(Hint: Kva er relasjonen mellom radien i ein sirkel og  $f(x)$ )

**Oppgåve 7.** Finn  $x$  når  $\cos x = x$ . For ein gangs skyld skal du ikkje bruke geogebra, bruk heller programmering. Til python brukar eg [Thonny](#).

(Hint: Fikspunktiterasjon)

**Oppgåve  $\infty$ .** Vis at  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}$

(Hint: Denne er uløyselig, tihi.)